



Matemàtiques II

Model 3

Contestau de manera clara i raonada una de les dues opcions proposades. Es disposa de 90 minuts.

Cada qüestió es puntua sobre 10 punts. La qualificació final s'obté de dividir el total entre 4. Es valoraran la correcció i la claredat en el llenguatge (matemàtic i no matemàtic) emprat per l'alumne. Es valoraran negativament els errors de càlcul.

Podeu utilitzar calculadora de qualsevol tipus, científica, gràfica o programable, però no s'autoritzarà l'ús de les que portin informació emmagatzemada o puguin transmetre-la.

OPCIÓ A

1. a) Discutiu per a quins valors de a el sistema següent és compatible:

$$\left. \begin{aligned} a \cdot x + y + z &= a^2, \\ x - y + z &= 1, \\ 3x - y - z &= 1, \\ 6x - y + z &= 3a \end{aligned} \right\}$$

- b) Resoleu-lo en el cas (o els casos) en què sigui compatible.

(7 punts)

(3 punts)

2. Estudiau la posició relativa de les rectes (6 punts):

$$r : \frac{x-2}{-3} = \frac{y-3}{5} = z, \quad s : \begin{cases} x = 1-t, \\ y = 2t, \\ z = 5 \end{cases}$$

i, en cas que es tallin, trobau el punt d'intersecció (4 punts).

3. Determinau els valors de a , b i c perquè la funció $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ passi pel punt $(1, 0)$, tingui un màxim relatiu a $x = -1$ i un mínim relatiu a $x = 0$. (10 punts)

4. Calculau la integral indefinida següent: (10 punts)

$$\int \frac{2x+5}{(x+3)^3} dx.$$



Matemàtiques II

Model 3

OPCIÓ B

1. a) Demostrau que l'equació matricial següent no té solució: (6 punts) (Indicació: agafau determinants)

$$\mathbf{AB} - \mathbf{A} = \mathbf{C},$$

on

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

- b) Resoleu l'equació matricial anterior però ara agafant: (4 punts)

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Trobau la recta que passa pel punt $A(1, 0, 2)$ i és paral·lela als plans $x - 2y + 3z + 1 = 0$ i $2x - 3y + z + 6 = 0$. (10 punts).

3. a) Demostrau que $x = 0$ és l'única arrel de l'equació: (4 punts)

$$5x^9 + 3x^5 + 7x = 0.$$

- b) Demostrau que $x = 0$ és l'única arrel de l'equació: (6 punts)

$$e^x = 1 + x.$$

4. Feu un dibuix aproximat de les corbes $y = 6x - x^2$ i $y = x^2 - 2x$, i indicau els punts on es tallen. (4 punts) Calculeu l'àrea del recinte limitat per les dues corbes anteriors (6 punts).